ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 20 AVRIL 1936.

PRÉSIDENCE DE M. EMMANUEL LECLAINCHE.

MEMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

MÉCANIQUE. — *Sur les équations de la dynamique déduites du principe de relativité restreinte.* Note de M. **Ernest Esclangon.**

Nous avons établi ([1]) qu'en tenant compte du seul principe de relativité, le mouvement d'un point matériel, soumis à une force constante de direction invariable, est représenté par la branche d'*hyperbole*

$$(1)\quad \begin{cases} x = x_0 + \alpha\dfrac{C}{k}(\sqrt{U} - 1) - \beta h(t - t_0) \\ y = y_0 + b\dfrac{C}{k}(\sqrt{U} - 1) + \alpha h(t - t_0) \end{cases} \qquad \left[U = 1 + \gamma\frac{k^2}{C^2}(t - t_0)^2;\quad \gamma = C - h^2\right];$$

α, β représentent les cosinus directeurs de la direction de la force, h la composante *constante* de la vitesse sur la normale à cette direction et orientée positivement dans le sens $+\pi/2$; x_0, y_0, les coordonnées du sommet de la trajectoire. Ces formules ont été établies en supposant d'abord la force dirigée suivant Oy et en considérant un système auxiliaire S', animé par rapport à S d'un mouvement de translation uniforme, de vitesse v, suivant Ox. La direction Oy ne jouissant, dans S, d'aucune propriété particulière, la loi du mouvement doit être la même dans le cas d'une direction quelconque, ce qu'expriment les formules (1); mais, pour justifier entièrement le résultat, il faut établir que, dans S', le mouvement conserve bien, dans ce cas général, une forme analytique identique.

([1]) *Comptes rendus*, **202**, 1936, p. 708, 885, 993.

Posons

$$(2)\quad \Delta=\alpha^2\left(1-\frac{v^2}{C}\right)+\left(\beta+\frac{vh}{C}\right)^2, \qquad \alpha'=\frac{\alpha}{\sqrt{\Delta}}\sqrt{1-\frac{v^2}{C}}, \qquad \beta'=\frac{1}{\sqrt{\Delta}}\left(\beta+\frac{vh}{C}\right),$$

α', β' ne sont autres que les cosinus directeurs dans S′ du *fil* de traction par lequel nous avons matérialisé la direction de la force.

Posons encore

$$(3)\quad \begin{cases} \theta=t'-a\left(t_0-\dfrac{vx_0}{C}+\dfrac{a\alpha v}{k}\right)=t'-t'_0, \\ h'=\dfrac{1}{\sqrt{\Delta}}(h+\beta v), \qquad \gamma'=C-h'^2, \qquad \dfrac{1}{a}=\sqrt{1-\dfrac{v^2}{C}}; \end{cases}$$

$$(4)\quad \begin{cases} x'_0=a\left(x_0-vt_0+\dfrac{\alpha' C}{ak}-\dfrac{\alpha C}{k}\right), \\ y'_0=y_0+\dfrac{C}{k}(\beta'-\beta). \end{cases}$$

Faisons sur les coordonnées (1) la transformation de Lorentz pour obtenir le mouvement dans le système S′.

D'abord la relation liant le temps t' au temps t sera définie par

$$(5)\quad t'=a\left(t-\frac{vx}{C}\right),$$

où l'on suppose x remplacé par son expression (1). La résolution de cette équation donne

$$(6)\quad t-t_0=\left(1+\frac{\beta vh}{C}\right)\frac{\theta}{a\Delta}+\frac{\alpha v}{k\sqrt{\Delta}}\sqrt{1+\frac{\gamma' k^2}{C^2}\theta^2}.$$

En portant cette valeur dans $\sqrt{U}$, on en déduit que cette expression, bien que se présentant sous la forme $\sqrt{P+\sqrt{Q}}$, s'écrit en réalité

$$(7)\quad \sqrt{U}=\frac{\alpha v\gamma}{ak\Delta}\theta+\frac{1}{\sqrt{\Delta}}\left(1+\frac{\beta vh}{C}\right)\sqrt{1+\frac{\gamma' k^2}{C^2}\theta^2}.$$

En portant ces valeurs de $(t-t_0)$ et de $\sqrt{U}$ aux seconds membres des expressions $x'=a(x-vt)$ et $y'=y$, on obtient finalement

$$(8)\quad \begin{cases} x'=x'_0+\alpha'\dfrac{C}{k}(\sqrt{U'}-1)-\beta' h'(t'-t'_0) \\ y'=y'_0+\beta'\dfrac{C}{k}(\sqrt{U'}-1)+\alpha' h'(t'-t'_0) \end{cases} \qquad \left[\begin{aligned} &U'=1+\gamma'\frac{k^2}{C^2}(t'-t'_0)^2; \\ &\gamma'=C-h'^2 \end{aligned}\right],$$

formules qui représentent le mouvement rapporté à S′, sous la même forme exactement que les formules (1) relatives à S; le coefficient k, qui mesure la force de traction, *garde la même valeur* dans les deux représentations. Le coefficient k contient à la fois la force et la masse. Si, conservant fixe la force de traction, on fait varier la masse, k varie proportionnellement à l'inverse de cette dernière, si l'on admet du moins que,

pour une force donnée et dans des conditions données de vitesse, l'accélération varie comme l'inverse de la masse; hypothèse d'ailleurs justifiable de l'expérience. Dans tous les cas, et conventionnellement au besoin, le produit km peut servir de mesure à la force F, de sorte que, X, Y désignant les projections de celle-ci, on a $X = \alpha mk$, $Y = \beta mk$.

D'autre part les formules (1) montrent que si V désigne la vitesse du mobile, h sa composante suivant la normale à la direction de la force (qui est aussi celle de l'accélération), on a

$$(9)\quad \begin{cases} \alpha mk \dfrac{\left(1-\dfrac{V^2}{C}\right)^{\frac{3}{2}}}{\left(1-\dfrac{h^2}{C}\right)^{\frac{1}{2}}} = m\dfrac{d^2x}{dt^2} = X\dfrac{\left(1-\dfrac{V^2}{C}\right)^{\frac{3}{2}}}{\left(1-\dfrac{h^2}{C}\right)^{\frac{1}{2}}}, \\ \beta mk \dfrac{\left(1-\dfrac{V^2}{C}\right)^{\frac{3}{2}}}{\left(1-\dfrac{h^2}{C}\right)^{\frac{1}{2}}} = m\dfrac{d^2y}{dt^2} = Y\dfrac{\left(1-\dfrac{V^2}{C}\right)^{\frac{3}{2}}}{\left(1-\dfrac{h^2}{C}\right)^{\frac{1}{2}}}. \end{cases}$$

Mais les équations (9) établies dans le cas d'une traction constante *seront applicables au cas du mouvement d'un point matériel sous l'effet d'une force quelconque variable en grandeur et direction*, si l'on admet qu'une force constante, égale en grandeur et sens, à l'instant t, à une force variable, détermine vis-à-vis d'un point matériel, dans les mêmes conditions de position et de vitesse à cet instant, la même accélération. Ces équations *conservent la même forme*, dans tout système isotrope en translation uniforme par rapport à S, quelles que soient la direction et la vitesse de translation; en outre, la force est *invariante*, abstraction faite des variations de direction définies par les formules (2) résultant de la relativité [1].

---

[1] D'une manière générale et vis-à-vis d'un mouvement *quelconque*, si α et β sont les cosinus directeurs de l'accélération dans le système S, les cosinus directeurs α', β' de l'accélération dans le système S' sont précisément donnés par les formules (2) auxquelles nous avons été conduit pour les variations de direction d'un *fil* de traction. Un calcul simple montre en effet qu'on peut écrire, dans le système S',

$$(10)\qquad \frac{d^2x'}{dt'^2} = A\alpha\sqrt{1-\frac{v^2}{C}}, \qquad \frac{d^2y'}{dt'^2} = A\left(\beta+\frac{vh}{C}\right),$$

A étant un facteur positif, h la composante de la vitesse dans S, suivant la normale à l'accélération. Les formules (9) montrent ainsi que, dans tous les systèmes de référence, la force et l'accélération ont même direction.

Les équations générales (9) établies par voie purement logique, sans considération de l'énergie, pourraient être en désaccord avec certaines formules de relativité où la force n'est pas regardée comme invariante. Mais les notions de force et de direction sont délicates en relativité et peuvent se prêter, même, à des définitions différentes. Sur la direction cependant aucune alternative n'est possible ; la direction de la force doit être confondue avec celle de l'accélération, car il en est bien ainsi, on l'a démontré, lorsque la force est physiquement représentée par la traction d'un fil. Quant à la propriété d'invariance de la force, elle est sous la dépendance de la définition adoptée pour sa mesure. Dans le problème qui nous a servi de base, la force s'introduit sous la forme d'un coefficient k, invariant, et qu'il semble naturel de choisir comme élément de mesure.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur le domaine de convergence des polynomes* $B_n f(x) = \sum_0^m f(m/n)\, C_n^m x^m (1-x)^{n-m}$. Note [1] de M. **Serge Bernstein**.

1. On sait que les polynomes

$$B_n f(x) = \sum_0^m f\left(\frac{m}{n}\right) C_n^m x^m (1-x)^{n-m} \tag{1}$$

convergent uniformément vers $f(x)$ sur tout le segment 01, quelle soit la fonction continue $f(x)$ sur ce segment.

M. L. Kantorowitch [2], qui le premier a eu l'idée d'étudier le domaine D de convergence des polynomes $B_n f(x)$ dans le cas où la fonction $f(x)$ est *analytique*, a établi que ce domaine D comprend, au moins, l'ellipse de convergence E du développement de $f(x)$ suivant les polynomes trigonométriques de Tchebycheff. En étudiant certaines représentations nouvelles des polynomes $B_n f(x)$ j'ai obtenu plusieurs résultats de nature analogue dont je voudrais indiquer ici quelques-uns.

2. Soit C un contour quelconque entourant le segment 01, à l'intérieur duquel la fonction $f(x)$ est holomorphe. Il est aisé de voir que l'on a (pour x différent de 0 et 1)

$$B_n f(x) = \frac{n!}{2\pi i} \int_C \frac{f(z)(x-1)^{n(1-z)} x^{nz}}{z(nz-1)\ldots(nz-n)}\, dz. \tag{2}$$

---

(1) Séance du 6 avril 1936.

(2) *Bull. de l'Acad. des Sc. de l'U. R. S. S.*, 7, 1931, p. 1103-1115).

Par conséquent, en profitant de la formule de Stirling et en utilisant la représentation azymptotique,

$$z\left(z-\frac{1}{n}\right)\ldots(z-1)\sim[z^z(z-1)^{1-z}]^n,$$

valable à l'extérieur du segment 01, on aura (pour $n\to\infty$),

$$(3)\qquad B_n f(x)\sim\frac{1}{i}\sqrt{\frac{n}{2\pi}}\int_C f(z)\left[\left(\frac{x-1}{z-1}\right)^{1-z}\left(\frac{x}{z}\right)^z\right]^n dz.$$

Nous pouvons tirer de (3) plusieurs conséquences importantes.

3. Considérons la boucle F_x *convexe* correspondant à un point donné $x=\alpha+\beta i$ (extérieur au segment 01) satisfaisant à l'équation

$$(4)\qquad \left|\left(\frac{x-1}{z-1}\right)^{1-z}\left(\frac{x}{z}\right)^z\right|=1$$

qui aura deux tangentes perpendiculaires entre elles au point $z=x$ et contiendra à son intérieur tout le segment 01, si l'on a en même temps $|x|\geq 1$ et $|1-x|\geq 1$, ou une partie de ce segment dans le cas contraire. On a alors le théorème suivant :

Théorème A. — *Si la fonction $f(x)$ est régulière sur la boucle F_x correspondant au point x et à son intérieur* (ainsi que sur la partie du segment 01 extérieure à F_x, s'il y a lieu), *le point x est un point intérieur du domaine* D *de convergence des polynomes $B_n f(x)$. Dans le cas contraire le point x se trouvera à l'extérieur du domaine* D *ou sur sa frontière.*

Il résulte également de (3) le

Théorème B. — *Si $z_0=a+bi$ est un point singulier unique de la fonction $f(z)$, le domaine* D *aura pour frontière la boucle P_{z_0}, satisfaisant à l'équation*

$$(5)\qquad \left|\left(\frac{z-1}{z_0-1}\right)^{1-z_0}\left(\frac{z}{z_0}\right)^{z_0}\right|=1,$$

entourant le segment 01 et ayant en z_0 un point anguleux *rentrant* égal à $3\pi/2$.

Ainsi, par exemple, pour $z_0=2$, la boucle P_{z_0} aura pour équation en coordonnées rectangulaires (x, y)

$$\frac{x^2+y^2}{4}=2\pm\sqrt{5-2x},$$

le signe + seul devant être gardé pour $x<2$.

4. En principe, la formule (3) permet d'obtenir le domaine D d'une fonction quelconque $f(x)$ en formant le domaine intérieur aux boucles P_{z_0} correspondant à tous ses points singuliers z_0. Je n'insisterai pas ici sur les résultats plus ou moins généraux que j'ai obtenus dans cette direction, en modifiant convenablement l'expression (2); je signalerai seulement que l'on peut varier à l'infini les contours jouissant de la même propriété que les ellipses E de Tchebycheff énoncée au début. Ainsi, on a :

Théorème C_1. — *Si la fonction $f(z)$ est régulière sur un contour convexe fermé* C (et à son intérieur) *symétrique par rapport à l'axe réel et passant par les points* 0 et 1, *intérieur au cercle ayant* 01 *pour diamètre, le contour* C *appartient au domaine* D.

Théorème C_2. — *Si la fonction $f(z)$ est régulière sur le contour convexe* Γ_R (et à son intérieur), *formé par la circonférence de centre* O *et de rayon* $R < 1$, *et par les tangentes menées du point* 1 *à cette circonférence*, Γ_R *appartient au domaine* D.

Théorème C_3. — *Le cercle de convergence* C_a *en un point quelconque* $a(0 \leq a \leq 1)$ *du segment* 01 *appartient au domaine* D, *toutes les fois que* C_a *contient le segment* 01.

En combinant ces théorèmes, on obtient aussi des contours jouissant de la même propriété, non convexes, pouvant même présenter des points anguleux rentrants non supérieurs à $3\pi/2$.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur l'acide méthyldiglycolique actif et ses dérivés.* Note (1) de MM. **Marcel Godchot** et **Pierre Vièles**.

L'un de nous, en collaboration avec Jungfleisch (2), a obtenu, par une méthode générale, l'acide méthyldiglycolique (éthanoïque-oxy-2-propanoïque) $CH^3 - CH(OCH^2 - CO^2H) - CO^2H$. Cet acide constituait la variété $(d + l)$, car on obtenait son ester diéthylique par action du chloracétate d'éthyle sur le $(d + l)$ lactate d'éthyle sodé.

En effectuant la même réaction sur des esters de l'acide lactique actif, nous avons préparé plusieurs esters méthyldiglycoliques actifs qui ont conduit à l'acide correspondant et à certains de ses dérivés.

A. *Esters de l'acide méthyldiglycolique actif.* — Nous avons utilisé,

(1) Séance du 15 avril 1936.

(2) Jungfleisch et Godchot, *Comptes rendus*, 145, 1907, p. 70.

comme matières premières, les chloracétates de méthyle ou d'éthyle et les lactates lévogyres de méthyle ou d'éthyle. Ces derniers ont été préparés en chauffant une soixantaine d'heures l'acide lactique dextrogyre cristallisé (P. F. 50°) avec quatre fois la quantité théorique d'alcool, en présence d'une quantité de sulfate de cuivre anhydre égale à celle de l'acide. Les constantes physiques de ces lactates étaient :

Esters.	E_{20}.	d_4^{20}.	n_D^{20}.	R. M. calculée.	R. M. trouvée.	$[\alpha]_V^{20}$.	α_J/α_V.	α_D/α_V.
Méthylique.....	49°	1,093	1,413	23,85	23,75	9°,51	0,915	0,871
Éthylique.....	58°	1,033	1,4125	28,47	28,47	12,00	0,904	0,874

En vue d'examiner l'influence de la nature des radicaux alcooliques et de leur position réciproque dans la molécule sur le pouvoir rotatoire, nous avons préparé les esters suivants :

$$CH^3-CH(-O-CH^2-CO^2CH^3)-CO^2CH^3$$
I. (Éthanoate de méthyle-oxy-2-propanoate de méthyle.)

$$CH^3-CH(-O-CH^2-CO^2CH^3)-CO^2C^2H^5$$
II. (Éthanoate de méthyle-oxy-2-propanoate d'éthyle.)

$$CH^3-CH(-O-CH^2-CO^2C^2H^5)-CO^2CH^3$$
III. (Éthanoate d'éthyle-oxy-2-propanoate de méthyle.)

$$CH^3-CH(-O-CH^2-CO^2C^2H^5)-CO^2C^2H^5$$
IV. (Éthanoate d'éthyle-oxy-2-propanoate d'éthyle.)

Les principales constantes physiques de ces corps sont rassemblées dans les tableaux ci-dessous :

Esters.	E_{20}.	d_4^{25}.	n_D^{25}.	R. M. calculée.	R. M. trouvée.	Tension superf. (21°) (dynes/cm).	Parachor calculé.	Parachor trouvé.
I....	118°	1,142	1,4240	39,47	39,19	38,95	378,4	384,1
II...	124	1,107	1,4227	44,09	43,61	35,9	417,4	419,7
III...	125	1,103	1,4226	44,09	43,82	36,1	417,4	416,0
IV...	127	1,065	1,4210	48,71	48,59	34,4	456,4	457,5

Esters.	$[\alpha]_V^{26}$.	P. rotat. molécul. [M]v.	α_J/α_V.	α_I/α_V.
I..............	−4°,47	−2°,53	0,890	1,655
II............	−2,07	−1,09	0,89	1,62
III...........	−11,96	−6,24	0,886	1,655
IV...........	−9,77	−4,78	0,883	1,655

La comparaison entre eux des nombres ci-dessus et leur rapprochement de

ceux relatifs au dilactylate d'éthyle lévogyre (¹)

$$\begin{array}{c} CH^3-CH-CO^2C^2H^5 \\ | \\ O \\ | \\ CH^3-CH-CO^2C^2H^5 \end{array}$$

$[\alpha]_V = -109°,5, \quad [M]_V = -50°,13, \quad \alpha_J/\alpha_V = 0,881$

[provenant de l'action du lactate d'éthyle lévogyre sodé sur le $(d+l)$ α-bromopropionate d'éthyle] appellent les remarques suivantes : 1° les rapports de dispersion rotatoire conservent des valeurs assez voisines pour tous ces dérivés; 2° la permutation des radicaux CH^3 et C^2H^5 dans les diesters méthyldiglycoliques se traduit par une variation relative considérable du pouvoir rotatoire; 3° le pouvoir rotatoire du méthyldiglycolate diéthylique est de même signe mais beaucoup plus petit que celui de l'ester dilactylique correspondant.

B. *Acide méthyldiglycolique lévogyre.* — Cet acide s'obtient en saponifiant par la soude alcoolique le méthyldiglycolate diéthylique lévogyre; le sel précipité est décomposé par l'acide sulfurique et l'acide libéré est extrait à l'éther. Il constitue une masse sirupeuse, cristallisable après séjour prolongé dans un dessiccateur. P. F. 70°; $[\alpha]_V^{20} = -6°,71$, $\alpha_J/\alpha_V = 0,944$ (en solution dans l'éther à la concentration de 8 pour 100).

C. *Anhydride méthyldiglycolique lévogyre*

$$\begin{array}{l} CH^3-CH-CO \\ \quad O \qquad\qquad O. \\ \quad CH^2-CO \end{array}$$

Chauffé avec un fort excès d'anhydride acétique, l'acide précédent se transforme en anhydride huileux, $E_{27} = 118° - 120°$ $[\alpha]_V^{20} = -2°,0$ (en solution éthérée, à la concentration de 12 pour 100). Il s'hydrate facilement en donnant l'acide lévogyre. La composition de ces deux derniers dérivés a été vérifiée par dosages acidimétriques (en présence de phénolphtaléine) :

1° acide : $0^g,295$ exigent $42^{cm^3},8$ de $(HO)^2Ba$ $0^n,092$ (calculé : $43^{cm^3},2$);

2° anhydride : $0^g,150$ exigent $24^{cm^3},1$ de $(HO)^2Ba$ $0^n,092$ (calculé : $24^{cm^3},9$).

Des recherches ultérieures sur d'autres dérivés actifs homologues de l'acide diglycolique pourront sans doute conduire à l'énoncé de règles générales sur les relations de signes existant entre ces divers composés.

(¹) P. Vièles, *Annales de Chimie*, 11e série, 3, 1935, p. 203.

CORRESPONDANCE.

M. **Joseph Bethenod** prie l'Académie de vouloir bien le compter au nombre des candidats à la place vacante dans la Division des Applications de la Science à l'Industrie par le décès de M. *Jean Rey*.

THÉORIE DES NOMBRES. — *Sur quelques inégalités nouvelles de la théorie des nombres.* Note [1] de M. **I. Vinogradov**, présentée par M. Élie Cartan.

Dans la présente Note je donne quelques nouvelles inégalités que j'ai obtenues en améliorant mes évaluations précédentes.

En particulier je donne des inégalités plus exactes pour les sommes de M. H. Weyl pour le cas où le premier coefficient du polynome $f(x)$ satisfait à des conditions très générales. Comme conséquence j'obtiens des résultats plus exacts dans quelques problèmes qui se ramènent aux sommes de M. H. Weyl.

1. Soient n un entier > 20; $\nu = 1/n$; $a_0, a_1, \ldots, a_n$ des nombres réels; $c, c_1, \ldots, C, C_1, \ldots$ des constantes positives, qui ne dépendent que de n,

$$f(x) = a_0 x^n + a_1 x^{n-1} + \ldots + a_n,$$

$$a_0 = \frac{a}{q} + \lambda q^{-2+c'}; \qquad (a, q) = 1; \qquad |\lambda| \leqq c_1,$$

P un entier positif;

$$S = \sum_{x=1}^{P} e^{2\pi i f(x)}.$$

Alors, quels que soient les nombres c_3, c_6, c_7, nous sommes en état d'établir les inégalités suivantes :

(*a*) $$|S| \leqq c_2 P q^{-\rho_1}; \qquad \rho_1 = \frac{\nu^3}{C_1 \log n},$$

dans le cas où

$$1 < q \leqq c_3 P; \qquad c' = \nu^3;$$

(*b*) $$|S| \leqq c_4 P^{1-\rho_2}; \qquad \rho_2 = \frac{\nu^3}{C_2 \log n},$$

---

(1) Séance du 15 avril 1936.

dans le cas où

$$c_3 P < q \leqq c_5 P^{n-1}; \qquad c' = \nu^3;$$

(c) $$|S| \leqq c_6 P^{1-\rho_2}; \qquad \rho_2 = \frac{\nu^3}{C_3 \log \frac{n^2}{c}},$$

dans le cas où

$$c_5 P^{n-1} < q \leqq c_7 P^{n-c}; \qquad c' = c\nu^4; \qquad 0 \leqq c \leqq 1.$$

Les constantes C_1, C_2, C_3 ont respectivement les valeurs

$$7,3; \quad 11,6; \quad 5,8.$$

2. Soit de même n un entier > 20. La formule asymptotique de MM. Hardy et Littlewood pour le nombre des représentations des entiers $N \geqq N_0$ sous la forme

$$N = x_1^n + \ldots + x_r^n$$

a lieu pour tous les entiers $r > r_0$, où

$$r_0 = Cn^3 \log n; \qquad C = 6,7.$$

3. La fonction bien connue $G(n)$ du problème de Waring satisfait aux inégalités suivantes :

$$G(n) < 2n(n-1)\log 2 + n - 1$$

dans le cas où $n > 3$;

$$G(n) < 3n \log 3n^2 + n - 4$$

dans le cas où $n > 14$.

Remarque. — En faisant des calculs plus précis, on peut obtenir pour les constantes C_1, C_2, C_3 et C les valeurs suivantes :

$$C_1 = 4 + c_8, \qquad C_2 = 8 + c_9, \qquad C_3 = 4 + c_{10}, \qquad C = 4 + c_{11},$$

les quantités c_8, c_9, c_{10}, c_{11} étant infiniment petites avec ν.

CALCUL DES PROBABILITÉS. — *Sur des probabilités en chaîne.*

Note de M. **Robert Fortet**, transmise par M. Émile Borel.

Nous nous proposons le problème relatif aux probabilités en chaîne que nous avons défini dans notre Note précédente [1] et qui concerne le cas d'une *infinité dénombrable* d'états possibles.

---

[1] *Comptes rendus*, 201, 1935, p. 184.

I. Appelons *cas quasi régulier le cas où il existe un entier positif* ν, *un nombre positif* η *et un ensemble fini* g *d'entiers positifs tels que* $\sum_{k<g} P^{\nu}_{ik}$ *reste supérieur à* η *lorsque* i *varie.* (La notation $k < g$ indique que k appartient à g; la sommation précédente est donc étendue à toutes les valeurs de k appartenant à g.)

II. Appelons *cas homogène fini le cas où : a) sauf peut-être pour un nombre fini de valeurs de* i, *les* P_{ik} *ne dépendent que de* $(k - i)$ *et peuvent s'écrire* $P^1_{ik} = A_{k-i}$; *où, de plus, b) pour chaque valeur de* i, *il n'y a qu'un nombre fini de probabilités* P_{ik} *non nulles*, où, de surcroît c) les A_J ne sont pas tous nuls pour J positif, ou bien ne sont pas tous nuls pour J négatif. (Cette dernière condition n'est pas essentielle, mais elle permet d'écarter des cas dont l'étude directe est immédiate.)

Un cas homogène fini est dit *positif, négatif ou nul* selon que la quantité $\sum_{J=-\infty}^{J=+\infty} J.A_J$, qui peut s'interpréter comme espérance mathématique, est positive, négative ou nulle.

En nous appuyant sur des propriétés que nous avons pu démontrer relativement à l'itération de certaines substitutions algébriques portant sur une infinité dénombrable de variables, nous avons pu établir les propriétés suivantes :

Théorème I. — *Dans les cas quasi régulier ou homogène fini, les probabilités* P_{ik} *convergent au sens Césaro vers des limites* $\Pi_{ik} \geq 0$, *telles que les séries* $\sum_k \Pi_{ik}$ *convergent.*

Précisons que l'on peut trouver des nombres positifs α et a_{ik}, tels que l'on ait, quels que soient i, k, μ et n, en posant

$$\Pi^{\mu}_{ik}(n) = \frac{\sum_{\nu=\mu}^{\mu+n-1} P^{\nu}_{ik}}{n},$$

$$|\Pi_{ik} - \Pi^{\mu}_{ik}(n)| \leq \frac{a_{ik}}{n^{\alpha}}.$$

Dans le cas quasi régulier, $\sum_k \Pi_{ik} = 1$; on peut remplacer les a_{ik} par un nombre a indépendant de i et de k, et prendre $\alpha = 1$.

Théorème II. — *Dans les cas quasi régulier ou homogène fini, les probabilités* P^{n}_{ik} *sont asymptotiquement des fonctions périodiques de* n.

C'est-à-dire que P_{ik}^n est la somme d'une fonction périodique de n et d'une quantité infiniment petite avec $1/n$.

Théorème III. — *Dans les cas homogènes finis positifs ou nuls, il existe un entier positif h, tel que les probabilités P_{ik}^n tendent vers zéro au sens ordinaire pour $k > h$.*

Théorème IV. — *Dans le cas homogène fini, on peut déterminer un nombre fini $h (\geqq 1)$ d'ensembles d'entiers $g_1, g_2, \ldots, g_h$, sans éléments communs 2 à 2, et tels :*

a, que $P_{ik}^n = 0$ quel que soit n si $i < g_J$, $k > g_J$ $(J = 1, 2, \ldots, h)$;

b, que P_{ik}^n tende, au sens ordinaire, vers une limite P_k^J indépendante de i lorsque i varie dans g_J, si $i < g_J$, $k < g_J$;

c, que P_{ik}^n tende vers zéro, au sens ordinaire, lorsque, en désignant par G l'ensemble de tous les entiers, on a $i < G - \sum_J g_J$, $k < G - \sum_J g_J$.

(Il peut arriver que l'ensemble $G - \sum_J g_J$ soit vide, auquel cas la dernière catégorie de probabilités n'est pas à considérer; cela a lieu en particulier lorsque $h = 1$, et alors la première catégorie de probabilités n'existe pas non plus.)

Remarquons : 1° que pour la concision nous avons défini les cas quasi régulier et homogène fini, et énoncé les théorèmes, sous une forme algébrique : mais définitions et théorèmes s'interprètent aisément au point de vue *probabilités*;

2° que les cas quasi régulier et homogène fini sont incompatibles;

3° que le cas *régulier* défini dans la note citée plus haut est visiblement un cas quasi régulier particulier : et en effet les résultats indiqués dans cette note et relatifs au cas régulier peuvent être retrouvés par la méthode actuelle;

4° que l'on peut adapter la définition du cas quasi régulier au problème des chaînes de Markoff relatives à un nombre fini d'événements possibles : on constate que dans ce dernier problème on est toujours dans le cas quasi régulier et en effet les théorèmes I et II sont alors toujours vérifiés, comme l'a montré M. Fréchet dans des Mémoires bien connus;

5° que le cas homogène fini, assez particulier au point de vue théorique, se présente fréquemment en fait : le problème de diffusion de Lord Rayleigh, par exemple, et de nombreux problèmes de jeu conduisent à ce cas.

MÉCANIQUE RATIONNELLE. — *Sur la rencontre de deux corps matériels.* Note de M. **Paul Regnauld**, présentée par M. Armand de Gramont.

La plupart des théories concernant la perforation d'un corps par un autre, telles que les ont établies Krupp et Jacob de Marre, admettent l'existence d'une résistance constante par unité de surface pendant la traversée du corps perforé [1]. J'ai tenté d'établir une théorie basée sur le même principe et applicable aux divers cas de rebondissement, soit en régime purement élastique, soit même avec des déformations permanentes. J'ai considéré le cas du choc centrique de deux cylindres dans les hypothèses suivantes :

les deux cylindres m_1 et m_2 sont absolument libres ;
le cylindre m_2 est appliqué contre une assise indéformable, le cylindre m_1 est libre.

Il serait trop long de développer ici les calculs relatifs au cas général où les deux cylindres sont quelconques. Les formules se simplifient dans les cas suivants :

1° m_1 et m_2 ont les mêmes caractéristiques mécaniques et physiques.

Soit F/S la force constante par unité de surface produite par le choc à la vitesse v; E le module d'élasticité; ρ la masse spécifique; L_1 et L_2 les longueurs des deux cylindres m_1 et m_2; T le temps écoulé entre le début du choc et le moment de compression maximum.

On a alors

$$\frac{F}{S} = v\sqrt{E\rho},$$

$$T = \frac{L_1 L_2}{L_1 + L_2} \frac{1}{\sqrt{\frac{E}{\rho}}}.$$

2° m_1 est un projectile déformable lancé contre une plaque indéformable; les formules deviennent alors

$$\frac{F}{S} = v\sqrt{2E\rho},$$

$$T = L_1 \frac{1}{\sqrt{\frac{2E}{\rho}}}.$$

---

[1] Cf. *Mémorial de l'Artillerie française*, fasc. 2, 1935, p. 379.

3° Considérons maintenant le cas du marteau-pilon m_1 frappant un corps m_2 reposant sur une base indéformable.

On peut alors écrire

$$\frac{F}{S} = v\sqrt{E\rho}\,\frac{L_1}{\sqrt{L_2(L_1+L_2)}},$$

$$T = \frac{\sqrt{L_2(L_1+L_2)}}{\sqrt{\frac{E}{\rho}}}.$$

Nous avons supposé dans ce qui précède que la vitesse relative des deux corps était uniforme. Le cas général a d'ailleurs été traité par la même méthode. Les calculs complets paraîtront dans un prochain Mémoire.

PHYSIQUE THÉORIQUE. — *Sur la théorie du positon.* Note de M. **Alexandre Proca**, présentée par M. Louis de Broglie.

MM. Pauli et Weisskopf ont montré (¹) que, si l'on part de l'équation relativiste de Gordon, les difficultés de la théorie actuelle des positons, basée sur l'équation de Dirac, disparaissent; néanmoins, étant donné son point de départ, cette solution n'est naturellement pas satisfaisante.

Il ne semble pas absurde d'espérer qu'on puisse obtenir une théorie correcte si l'on partait d'une équation bénéficiant *à la fois* des avantages de l'équation de Dirac (existence d'un spin et d'un moment électromagnétique) et de celle de Gordon (énergie essentiellement positive, charge des deux signes).

Une telle théorie doit satisfaire aux conditions suivantes : 1° présenter l'invariance relativiste et électromagnétique (invariance de jauge); 2° comporter une *fonction d'onde* n'ayant pas plus de quatre composantes complexes (c'est-à-dire tout autant que celle de Dirac); 3° le passage au cas d'un champ extérieur doit se faire comme d'habitude, en ajoutant les composantes du potentiel aux $h/2\pi i.\partial/\partial x_r$; 4° on doit pouvoir former un vecteur d'univers représentant la densité de courant et de charge, qui satisfasse toujours une équation de conservation et dont la composante de temps (la charge) puisse prendre des valeurs aussi bien positives que néga-

(¹) *Helvetica Physica Acta*, fasc. 7, 1934, p. 709; voir aussi Pauli, *Annales de l'Institut Henri-Poincaré* (sous presse).

tives; 5° on doit pouvoir former un tenseur symétrique du second rang dont les composantes $s4$ représentent la densité d'énergie — quantité de mouvement; ses composantes doivent vérifier une loi de conservation; 6° la composante 44 de ce tenseur doit être une forme *positive définie;* 7° on doit pouvoir mettre en évidence l'existence d'un spin et, enfin, 8° celle d'un moment électrique et magnétique.

Les conditions précédentes, jointes à des considérations de simplicité, limitent considérablement notre choix. Pour satisfaire à 2° par exemple, on peut prendre : a, soit deux spineurs ψ_r, χ_s (solution deDirac); b, soit un vecteur complexe; c, soit un spineur du second rang $g_{rs}(r, s = 1, 2)$; d, soit enfin une grandeur à plus de deux indices, soumise à certaine condition de symétrie. Si l'on tient compte du fait que la solution de Dirac ne convient pas, et que se donner g_{rs} revient à se donner un tenseur antisymétrique [1] de rang 2 et deux invariants, on voit que la *fonction d'onde la plus simple* sera représentée par *un vecteur complexe d'univers.*

Considérons maintenant une autre indication fournie par les conditions précédentes.

D'après 4°, l'énergie doit être de la forme $\Sigma\Phi_r\Phi_r$. Un raisonnement analogue à celui de Dirac-Pauli [2] nous permet d'admettre que l'équation fondamentale est linéaire en $\partial\Phi/\partial x_r$; d'autre part, il est également permis d'admettre que l'on a, en cas d'absence de champ $\Box\Phi - 4\pi^2 m^2 c^2/h^2 \Phi = 0$, comme conséquence de la relation $(W/c) = \Sigma p_v^2 + m^2c^2$. Or, si nous *linéarisons* cette dernière équation en considérant Φ comme fonction d'onde, nous savons, d'après Dirac, que ce n'est pas l'énergie qui se présente sous la forme d'une fonction définie positive, mais bien la composante de temps d'un vecteur (assimilable à la charge). Il en résulte que les Φ ne sont pas les composantes de la fonction d'onde ψ_r dont nous avons parlé plus haut, ou plutôt que la somme $\Sigma\Phi^*\Phi$ ne contient pas *que* ces composantes; y figureront aussi des fonctions de celles-ci, combinaisons des ψ_r et des $\partial/\partial x_s$. Il en est ainsi par exemple dans la théorie de Gordon : la *fonction d'onde* est un *scalaire* ψ, on a $\Phi_r = \partial\psi/\partial x_r$ et l'énergie est une combinaison de ceux-ci, à laquelle s'ajoute un terme ne dépendant que de la fonction d'onde, et ayant la forme $\psi^*\psi$.

Comme l'énergie, la fonction de Lagrange (qui est un invariant) sera de la forme ΣA^*A. En prenant pour fonction d'onde ψ_r un vecteur d'univers,

---

(1) Cf. LAPORTE et UHLENBECK, *Physical Review*, 37, 1930, p. 1380.

(2) *Handbuch der Physik*, 241, 1933, p. 217.

elle comportera des termes dépendant seulement des composantes de ce vecteur et aussi d'autres, formés par combinaison entre ψ_r et $\partial/\partial x_r$. La combinaison invariante la plus simple des ψ_r est $\Sigma\psi_r^*\psi_r$; celle contenant les dérivées sera la *divergence* $A = \Sigma\,\partial\psi_r/\partial x_r$.

Le second degré de complication serait représenté par le cas d'un A tenseur du second rang, $A = \partial\psi_r/\partial x_s$, et plus particulièrement celui qui a le nombre minimum de composantes, à savoir le *rotationnel* $A_{rs} = \partial\psi_s/\partial x_r - \partial\psi_r/\partial x_s$. Les fonctions de Lagrange les plus simples seraient donc de la forme

$$L_1 = \sum_r \frac{\partial\psi_r^*}{\partial x_r} \sum_r \frac{\partial\psi_r}{\partial x_r} + k^2 \sum_r \psi_r^* \psi_r, \tag{1}$$

$$L_2 = \sum_{rs} A_{rs}^* A_{rs} + k^2 \sum_r \psi_r^* \psi_r, \tag{2}$$

k étant un coefficient constant proportionnel à la masse propre. La seconde, que nous écrirons explicitement (en absence de champ)

$$L = \frac{h^2 c^2}{8\pi^2} \sum_{rs} \left(\frac{\partial\psi_s^*}{\partial x_r} - \frac{\partial\psi_r^*}{\partial x_s}\right)\left(\frac{\partial\psi_s}{\partial x_r} - \frac{\partial\psi_r}{\partial x_s}\right) + m^2 c^4 \sum_r \psi_r^* \psi_r \tag{3}$$

et qui dans le cas d'un champ devient ce qu'exige la condition 3°, satisfait à toutes les conditions énoncées plus haut.

PHYSIQUE. — *Calcul des chaleurs spécifiques des oxydes minéraux : silice vitreuse, chaux, alumine en fonction de la température.* Note [1] de M. **André Thuret**, présentée par M. Henry Le Chatelier.

Nous avons cherché de nouvelles formules permettant de calculer les chaleurs spécifiques en fonction de la température. Nous proposons, pour les chaleurs spécifiques moyennes S_m de o à t degrés centigrades et, pour les chaleurs spécifiques vraies S, les formules de la forme

$$S_m = \frac{at + S_0}{bt + 1}, \qquad S = \frac{abt^2 + 2at + S_0}{(bt + 1)^2}.$$

Nous avons établi de telles formules pour trois corps, sur lesquels différents auteurs ont effectué de nombreuses mesures à des températures

(1) Séance du 30 mars 1936.

comprises entre — 273° et 2600° : les valeurs ainsi calculées correspondent très exactement à la plupart des valeurs observées. Elles s'en écartent cependant légèrement pour les températures inférieures à — 200° environ; les valeurs observées semblent tendre en effet vers 0 au zéro absolu.

Silice vitreuse.

$$S_m = \frac{0,4579.10^{-3}t + 0,1683}{1,4747.10^{-3}t + 1}, \qquad S = \frac{0,67526.10^{-6}t^2 + 0,9158.10^{-3}t + 0,1683}{2,1747.10^{-6}t^2 + 2,9495.10^{-3}t + 1}.$$

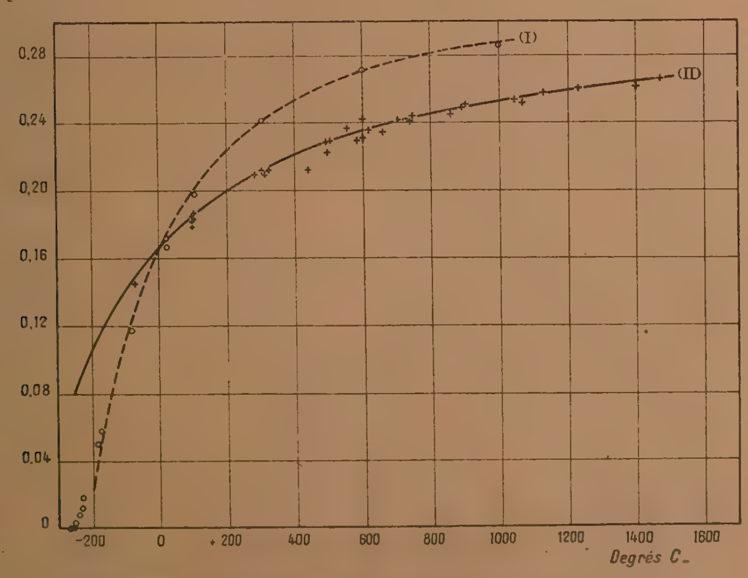
Alumine.

$$S_m = \frac{0,5946.10^{-3}t + 0,1801}{1,964.10^{-3}t + 1}, \qquad S = \frac{1,1678.10^{-6}t^2 + 1,1892.10^{-3}t + 0,1801}{3,8573.10^{-6}t^2 + 3,928.10^{-3}t + 1}.$$

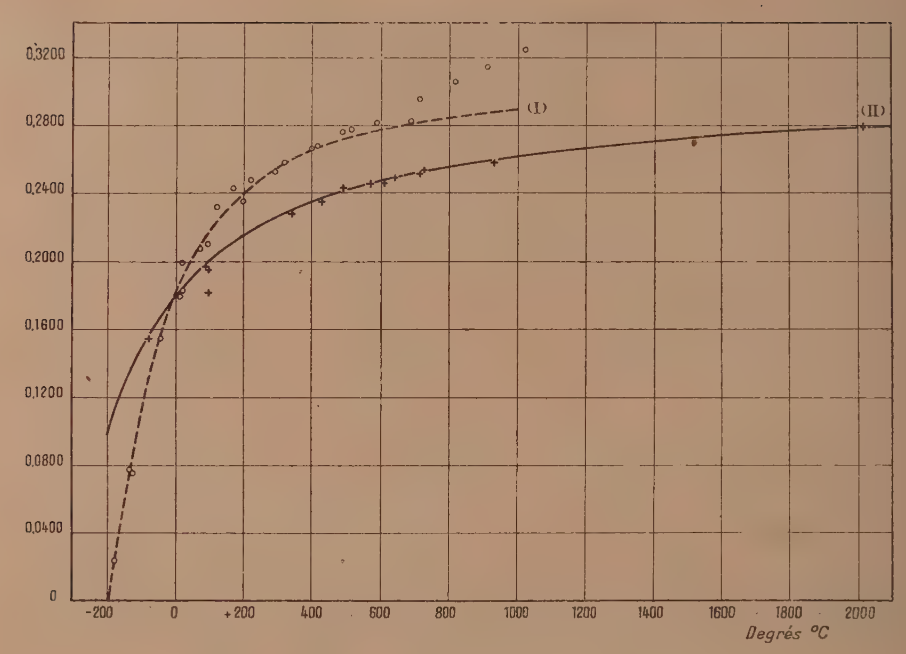
Chaux.

$$S_m = \frac{0,4792.10^{-3}t + 0,1736}{1,84.10^{-3}t + 1}, \qquad S = \frac{0,88136.10^{-6}t^2 + 0,958.10^{-3}t + 0,1736}{3,3856.10^{-6}t^2 + 3,68.10^{-3}t + 1}.$$

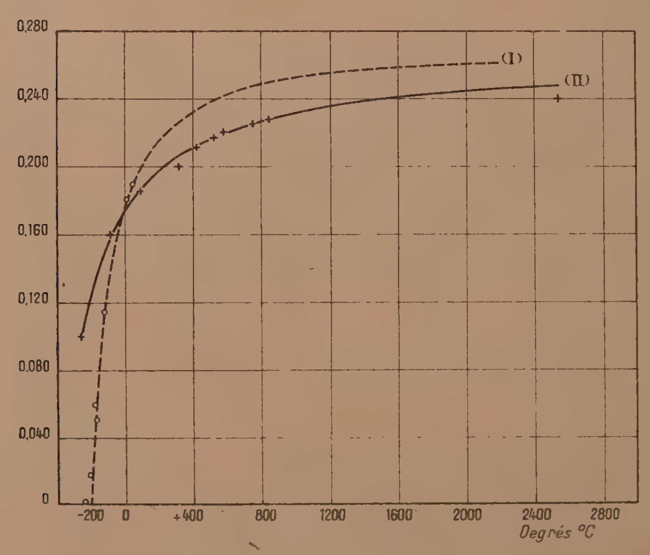
Les trois figures représentent les courbes des valeurs calculées par ces formules et les valeurs correspondantes observées par les différents auteurs.



SiO^2 vitreux. — I, chaleurs spécifiques vraies; II, moyennes de 0 à t.



Al^2O^3. — I, chaleurs spécifiques vraies; II, moyennes de o à *t*.



Ca O. — I, chaleurs spécifiques vraies; II, moyennes de o à *t*.

ÉLECTRICITÉ. — *La force électromotrice de mouvement des métaux dans l'eau et leur potentiel électrocinétique.* Note [1] de M. **Stéfan Procopiu**, transmise par M. Aimé Cotton.

J'ai montré [2] que le déplacement d'un métal dans l'eau où il est plongé donne naissance à une force électromotrice e égale, en grandeur et en signe, au potentiel électrocinétique ζ du même métal dans l'eau. Son signe est déterminé par le rapport entre la tension de dissolution du métal et celle de l'hydrogène, cation de l'eau. On a, en désignant par ε_r le potentiel thermodynamique du métal en repos, par ε_m le même potentiel pour le métal en mouvement

$$e = \varepsilon_m - \varepsilon_r = \zeta. \tag{1}$$

Cette relation nous donne la possibilité de connaître directement le potentiel électrocinétique, alors que si l'on considère la cataphorèse, il faut mesurer la vitesse des particules colloïdales dans le champ électrique et admettre une certaine valeur pour la constante diélectrique du liquide.

Les mesures ont été faites en prenant deux vases contenant le liquide étudié, réunis par un siphon et en plongeant dans chacun d'eux une électrode d'un même métal. L'une des électrodes, mobile, est un disque métallique de 5^{cm} de diamètre, recouvert par une couche isolante de cire et découvert seulement sur le bord du disque sur une largeur de un millimètre. Un moteur fait tourner le disque autour de son axe, la vitesse peut atteindre 3000 tours par minute. La force électromotrice de la cellule électrolytique est mesurée à 10^{-5} volt près.

Résultats expérimentaux. — 1. La force électromotrice de mouvement des métaux dans l'eau, négative pour Ag, Cu, positive pour Pb, Ni, Fe, Al, Zn, prend une valeur définie pour une cellule nouvellement formée; mais *cette valeur tend à diminuer avec le temps t' écoulé après l'agitation et les mesures.* C'est du moins ce qui arrive pour tous les métaux essayés, sauf pour Pb et Zn, pour lesquels la f. e. m. de mouvement augmente avec le temps. Voici un exemple:

Ag-eau.......	t (heures)..	0^h	1^h	24^h
	e (volts)....	$-0,080$	$-0,065$	$-0,045$

[1] Séance du 6 avril 1936.

[2] *Journal de Chimie Physique*, 27, 1930, p. 29.

2. *La force électromotrice de mouvement croît, d'abord rapidement avec la vitesse v de l'électrode dans l'eau*, et paraît tendre, pour les grandes vitesses, vers *une valeur limite*.

Ag-eau.	$v =$ 20 cm/sec	80	360
	$e =$ — 0,045 volt	— 0,055	0,065

On peut comparer ces valeurs à celle du potentiel électrocinétique déduit de la vitesse des particules colloïdales d'argent dans l'eau. D'après les mesures de Cotton et Mouton [1], leur vitesse est de $3^{\mu},25$ et $3^{\mu},8$ par volt-cm; et on peut en déduire les potentiels $\zeta = -0,048$ et $-0,055$ volt [2], en admettant la valeur 80 pour la constante diélectrique de l'eau. Les valeurs de e et ζ pour l'argent et l'eau sont de même signe et du même ordre de grandeur.

Il est probable que ζ varie lui aussi avec la vieillesse des particules colloïdales et avec la vitesse des particules, fonction du champ appliqué.

On peut expliquer la variation de e avec la vitesse, en admettant *l'existence d'une couche de liquide, adhérente au métal* et qu'on ne peut détacher que pour de grandes forces centrifuges. Les phénomènes capillaires conduisent à lui assigner une épaisseur de l'ordre du micron [3], mais la f. é. m. de mouvement est produite surtout par une couche plus épaisse, d'une autre concentration en ions H que le reste du liquide, et que j'ai nommée *couche de polarisation spontanée*. Peut-être cette couche correspond-elle à la *couche inverse* que Cotton et Mouton ont observée près des parois et qui est de l'ordre de $12^{\mu},5$. Un mouvement lent détache cette deuxième couche de liquide, qui n'adhère guère au métal, donnant naissance à la f. é. m. de mouvement; mais pour détacher aussi la couche adhérente il faut des vitesses plus grandes, et alors la f. é. m. deviendra plus grande en tendant vers une limite.

3. *La force électromotrice de mouvement*, observée lorsque les mêmes métaux sont plongés *dans une solution aqueuse de sucre ordinaire* (à 60 pour 100 par exemple), *ne varie plus avec le temps*, probablement parce que le sucre préserve les métaux contre l'oxydation. On constate que la nouvelle valeur constante prise par e est plus faible (pour Ag, 0,045 volt); cette diminu-

---

(1) *J. de Ch. Phys.*, 4, 1906, p. 365.

(2) M. v. SMOLUCHOWSKI, *Graetz's Handbuch der Elektrizität*, 2, 1914, p. 414; voir encore H. FREUNDLICH, *Kapillarchemie*, 1, 1930, p. 363.

(3) D'après Duclaux (voir J. VIOLLE, *Cours de Physique*, 1, 2, 1884, p. 750).

tion peut être attribuée à la constante diélectrique de la solution [1] ($D = 53$ au lieu de 80).

4. La constante diélectrique du liquide agit en effet sur e qui (comme ζ) diminue avec elle. Exemples :

Zn-eau ($D=80$).........	$e = +0,120$	Zn-eau + sucre (53).....	$e = +0,062$
Zn-glycérine (50-52)....	$e = +0,035$	Zn-alcool (25)..........	$e = +0,020$

5. Les gaz dissous dans l'eau ont une influence sur la f. é. m. de mouvement, et aussi le temps que dure le mouvement de l'électrode dans le liquide [2].

6. Le fait que la force électromotrice de mouvement varie avec le temps de séjour de l'électrode dans l'eau ne prouve pas que la relation (1) est inexacte comme le dit F. O. Kœnig [3], mais seulement que *la valeur du potentiel électrocinétique dépend elle aussi des réactions chimiques au contact de la particule métallique et du liquide.*

SPECTROSCOPIE. — *Sur l'intensité et la forme des bandes d'absorption de l'oxygène liquide.* Note [4] de M. **Robert Guillien**, présentée par M. Aimé Cotton.

Pour pouvoir comparer quantitativement l'absorption de différentes séries de bandes de l'oxygène liquide, j'ai mesuré par photométrie photographique l'indice d'extinction maximum $\varkappa_m$ $\left(I = I_0 e^{-\frac{4\pi\varkappa l}{\lambda}}\right)$ des bandes 7635, 6290, 5769, 5325, 4773, 4472 Å pour la température de $-195°,6$. Pour quatre bandes 7635, 6290, 5769, 4773 Å. la courbe x, $1/\lambda$, a été tracée. La comparaison des différentes bandes se fait facilement grâce aux courbes $\varkappa/\varkappa_m$, $1/\lambda$. Elle montre que ces courbes peuvent presque coïncider sauf celle de la bande 6290 qui a une forme un peu plus évasée (voir figure).

Des mesures d'absorption de l'oxygène comprimé ayant paru récemment [5] il est, je crois, intéressant de comparer leurs résultats à ceux se rapportant au liquide que j'avais obtenus en 1934, et qui n'avaient pas été publiés.

---

(1) H. Freundlich, *loc. cit.*, p. 365.

(2) V. Gheorghiu, *Annales Scient. Université Jassy*, **18**, 1933, p. 337-384.

(3) *J. of Phys. Chemistry*, **39**, 1935, p. 455.

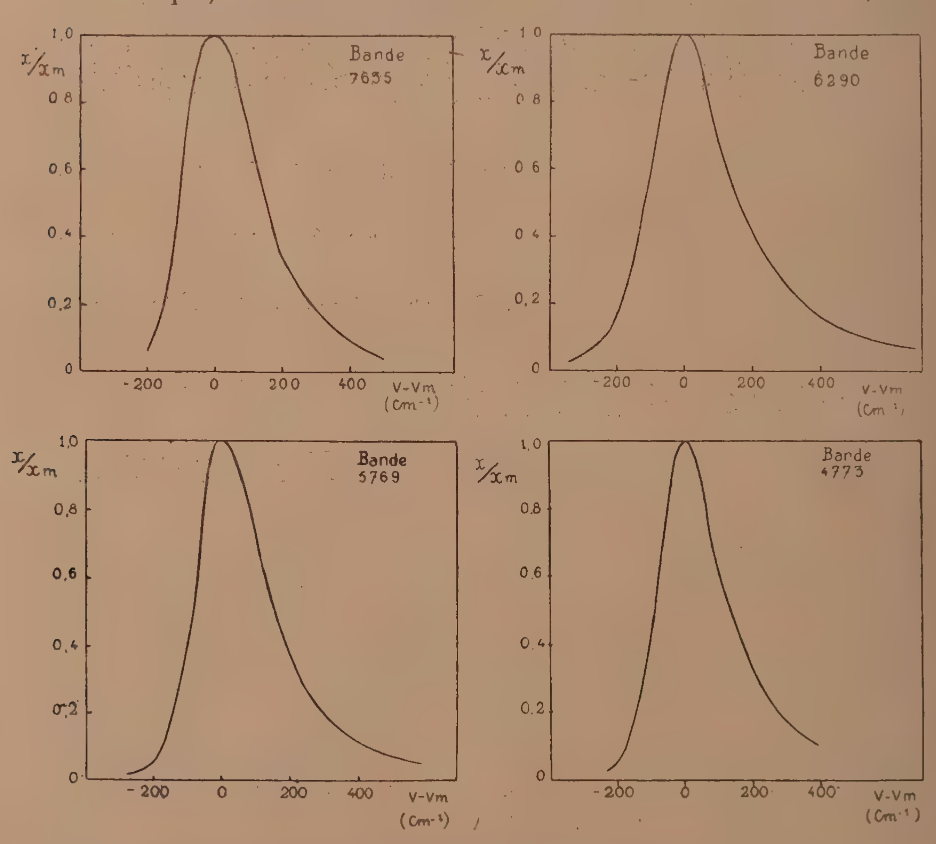
(4) Séance du 30 mars 1936.

(5) Salow et Steiner, *Zeits. für Phys.*, **99**, 1926, p. 137.

Dans le tableau ci-dessous $\lambda\alpha_m$ est une quantité proportionnelle à l'indice d'extinction du gaz. La notation des systèmes a été donnée ailleurs [1].

Transition	$^3\Sigma \to {}^1\Sigma$.	$2.{}^3\Sigma \to 2.{}^1\Delta$.			$2.{}^3\Sigma \to {}^1\Delta + {}^1\Sigma$.	
p	0.	0.	1.	2.	0.	1.
λ_m	7635.	6290.	5769.	5325.	4773.	4472.
Liquide : $10^6 \chi_m$ (Guillien)	0,96	4,8	6,7	1,13	2,56	0,48
Gaz : $10^4 \lambda\alpha_m$ (*loc. cit.*)	–	138	184	10,1	105	6,71
» : $10^4 \chi/\lambda\alpha_m$	–	3,48	3,64	11,2	2,44	7,15

On voit que, dans les deux séries $2.{}^3\Sigma \to 2.{}^1\Delta$ et $2.{}^3\Sigma \to {}^1\Delta + {}^1\Sigma$, les



bandes sont d'autant plus renforcées dans le liquide par rapport au gaz que le nombre p de quanta de vibration est plus élevé.

---

[1] Guillien, *Comptes rendus*, **198**, 1934, p. 1223.

Pour comparer quantitativement l'absorption du liquide et du gaz on ne peut comparer les indices d'extinction spécifique $\varkappa/\rho$ (ρ masse en grammes d'oxygène par centimètre cube), parce que dans le gaz $\varkappa/\rho$ est proportionnel à ρ. Au contraire prenons pour ρ la masse des molécules doubles $(O^2)^2$. Dans le liquide [1] il y a environ 50 pour 100 de $(O^2)^2$ à la température des mesures; ρ est de l'ordre de 0,6.

Pour le gaz à 20°, en utilisant la formule que Lewis [2] a déduite des mesures de susceptibilité magnétique de Kamerlingh Onnes et Perrier [3] on trouve que pour 120 atmosphères $\rho_{(O^2)^2} = 0,00674$, d'où pour le gaz à partir de résultats (*loc. cit.*) déjà cités $\varkappa/\rho = 5,33 \cdot 10^{-6}$ pour la bande 6290 alors que pour le liquide on trouve $\varkappa/\rho = 8 \cdot 10^{-6}$; l'accord est donc satisfaisant étant donné d'une part que la liquéfaction peut modifier la valeur de $\varkappa/\rho$, et que ρ est connu avec une faible précision.

CRISTALLOGRAPHIE. — *Sur la théorie de la réflexion des rayons X par les cristaux.* Note de M. **Charles Mauguin**, présentée par M. Aimé Cotton.

Le passage d'un faisceau de rayons X au travers d'un système de n plans réticulaires d'un cristal (séparés par l'intervalle l) s'accompagne de réflexions multiples en nombre infini sur ces plans, dont on tiendra compte, comme l'a fait Darwin [4], en remarquant que, dans l'intervalle compris entre deux plans contigus p et $p+1$, les ondes se composent en deux résultantes seulement dont l'une t_{p+1} se propage dans la direction de transmission, l'autre r_{p+1} dans la direction de réflexion.

Soient ρ et τ les coefficients (complexes) de réflexion et de transmission pour un plan réticulaire isolé et $q = e^{-i\varphi}$ le facteur qui représente le retard de phase lié à la propagation des radiations d'un plan au plan contigu ($\varphi = 2\pi\lambda^{-1} l \sin\theta$). En écrivant les équations de passage des ondes au travers des plans $p-1$, p, $p+1$, on peut établir les lois de récurrence $t_{p+1} + t_{p-1} = At_p$, $r_{p+1} + r_{p-1} = Ar_p$, $A = \tau q + \tau^{-1} q^{-1} - \rho^2 \tau^{-1} q$ qui permettent de calculer en fonction de l'onde incidente t_1 l'amplitude (complexe)

---

[1] Guillien, *Comptes rendus*, **198**, 1934, p. 1486.

[2] *Journ. of Am. Chem. Soc.*, **66**, 1934, p. 2031.

[3] *Comm. Leiden*, **139**^{d}, 1914.

[4] *Phil. Mag.*, **27**, 1914, p. 325 et 675.

des ondes r_{p+1} et t_{p+1} au niveau du plan $p+1$

$$\frac{r_{p+1}}{t_1} = \frac{\rho P_{n-p}}{P_n - \tau q P_{n-1}}, \qquad \frac{t_{p+1}}{t_1} = \frac{P_{n-p} - \tau q P_{n-p-1}}{P_n - \tau q P_{n-1}}.$$

Les P sont des polynomes en A définis par la loi de récurrence

$$P_{n+1} = AP_n - P_{n-1}$$

et par les valeurs initiales $P_0 = 0$, $P_1 = 1$. Par la substitution $A = x + 1/x$, ils prennent la forme très simple $P_m = (x^m - x^{-m})/(x - x^{-1})$ qui permet le calcul facile des amplitudes r et t.

Nous nous limiterons ici au cas du cristal *non absorbant*. Les coefficients ρ et τ du plan réticulaire isolé peuvent être mis sous la forme $\tau = \cos u\, e^{ia}$ $\rho = i \sin u\, e^{ia}$ et l'on trouve pour le facteur de récurrence

$$A = \frac{2\cos(\varphi - a)}{\cos u}.$$

A et les polynomes P sont des nombres réels et l'on calcule pour les intensités des ondes

$$\left|\frac{r_{p+1}}{t_1}\right|^2 = \frac{\sin^2 u\, P_{n-p}^2}{\sin^2 u\, P_n^2 + \cos^2 u}, \qquad \left|\frac{t_{p+1}}{t_1}\right|^2 = \frac{\sin^2 u\, P_{n-p}^2 + \cos^2 u}{\sin^2 u\, P_n^2 + \cos^2 u}.$$

En faisant $p = 0$ ou $p = n$, on trouve les intensités $|r_1|^2$ et $|t_{n+1}|^2$ de l'onde réfléchie et de l'onde transmise par le *cristal entier*

$$|r_1|^2 = |t_1|^2 \frac{\sin^2 u\, P_n^2}{\sin^2 u\, P_n^2 + \cos^2 u}, \qquad |t_{n+1}|^2 = |t_1|^2 \frac{\cos^2 u}{\sin^2 u\, P_n^2 + \cos^2 u}.$$

On vérifie immédiatement la relation $|t_1|^2 = |r_1|^2 + |t_{n+1}|^2$.

Les formules ont un sens tout différent selon que $|A| > 2$ ou $|A| < 2$.

Premier cas : $|A| > 2$. — Les nombres x et $1/x$ définis par la relation $x + 1/x = A$ sont réels. Le module

$$|P_m| = \left|\frac{x^m - x^{-m}}{x - x^{-1}}\right|$$

croît régulièrement avec m, tendant vers l'infini en même temps que m. Pour un cristal d'épaisseur donnée (n fixe), on trouve que les intensités des ondes r_{p+1} et t_{p+1} décroissent régulièrement à mesure qu'on s'enfonce dans le cristal (p croissant). Si l'on fait croître l'épaisseur du cristal (augmentation de n), l'intensité $|t_{n+1}|^2$ de l'onde transmise décroît tandis que l'intensité $|r_1|^2$ de l'onde réfléchie par le cristal augmente. Quand l'épaisseur

croît au delà de toute limite ($n = \infty$), on trouve

$$\lim_{n=\infty} |r_1| = 1, \qquad \lim_{n=\infty} |t_{n+1}| = 0, \qquad \lim_{n=\infty} |t_{p+1}| = |t_1| |x|^{-p}.$$

Il y a réflexion totale de l'onde incidente, et l'on constate que les ondes t_{p+1}, r_{p+1} s'affaiblissent selon une progression géométrique à mesure qu'on s'enfonce dans le cristal (hypothèse admise *a priori* par Darwin). Cette condition $|A| > 2$ est réalisée lorsque l'inclinaison θ des rayons X sur les plans réticulaires est telle que le retard de phase ($\varphi = 2\pi\lambda^{-1} l \sin\theta$) satisfait à la relation

$$k\pi + a - u < \varphi < k\pi + a + u \qquad (k = \text{nombre entier}),$$

$\varphi = k\pi$ est la condition de Bragg pour la réflexion d'ordre k. On voit que la réflexion totale a lieu dans un petit domaine angulaire voisin de la direction définie par cette condition, domaine dont la largeur est proportionnelle au pouvoir réfléchissant u du plan réticulaire isolé, et dont le centre présente, par rapport à la direction de Bragg, un écart proportionnel à a (avance de phase associée au passage de l'onde à travers le plan réticulaire isolé). Pour θ voisin de zéro (incidence rasante), on a $a = u$, la réflexion totale a lieu dans le domaine $0 < \frac{2\pi}{\lambda} l \sin\theta < 2a$.

Deuxième cas : $|A| < 2$. — On satisfait à la relation $x + 1/x = A$ en prenant $x = e^{i\psi}$, $\cos\psi = A/2$. On a alors

$$P_m = \frac{x^m - x^{-m}}{x - x^{-1}} = \frac{\sin m\psi}{\sin\psi},$$

$$\left|\frac{r_{p+1}}{t_1}\right|^2 = \frac{\sin^2 u \sin^2 (n-p)\psi}{\sin^2 u \sin^2 n\psi + \cos^2 u \sin^2\psi}, \qquad \left|\frac{t_{p+1}}{t_1}\right|^2 = \frac{\sin^2 u \sin^2 (n-p)\psi + \cos^2 u \sin^2\psi}{\sin^2 u \sin^2 n\psi + \cos^2 u \sin^2\psi}.$$

Pour un cristal d'épaisseur donné (n fixe), l'intensité des ondes r_{p+1} et t_{p+1} est une fonction périodique de p, c'est-à-dire de la profondeur à l'intérieur du cristal. L'intensité de l'onde réfléchie et celle de l'onde transmise par le cristal entier

$$\left|\frac{r_1}{t_1}\right|^2 = \frac{\sin^2 u \sin^2 n\psi}{\sin^2 u \sin^2 n\psi + \cos^2 u \sin^2\psi}; \qquad \left|\frac{t_{n+1}}{t_1}\right|^2 = \frac{\cos^2 u \sin^2\psi}{\sin^2 u \sin^2 n\psi + \cos^2 u \sin^2\psi}$$

sont fonctions périodiques de l'épaisseur et n'ont pas de limite déterminée quand l'épaisseur tend vers l'infini. Le faisceau réfléchi s'annule, toute l'énergie se retrouvant dans le faisceau transmis, lorsque l'inclinaison des rayons X est telle que $\psi = k\pi/n$.

GÉOLOGIE. — *La stratigraphie du Lias de la nappe de l'Ubaye dans le massif du Morgon (Basses-Alpes).* Note (1) de M. **Daniel Schnéegans.**

Mes récoltes paléontologiques dans le faisceau d'écailles du Morgon ajoutent plusieurs faits nouveaux à la connaissance du Lias de la nappe de l'Ubaye.

Le *Rhétien*, reconnu déjà en divers points par Goret, puis par Haug et W. Kilian, ne diffère pas essentiellement de celui du Briançonnais. Au-dessus, le Lias forme une succession de gradins calcaires séparés par des talus marneux. C'est dans l'écaille de Dramonasq, au nord du Lauzet, que la série liasique est la plus complète et la mieux différenciée, avec une épaisseur totale de 150m au plus.

A la base se trouvent des calcaires gris rayés de bandes flammées de vert, à pâte plus fine. C'est un faciès particulièrement caractéristique, que j'ai également observé, au-dessus du Rhétien, dans la nappe du Briançonnais (massif de Pierre-Eyrautz), et qui représente probablement l'*Hettangien*.

Le *Sinémurien* est caractérisé par des calcaires à silex dans lesquels on connaît depuis longtemps des niveaux à Gryphées arquées et Ariétites. C'est dans l'écaille inférieure de Roche Juan, à l'Ouest des Herbes, dans le Ravin des Enfers, que les calcaires marneux par lesquels débute le Sinémurien contiennent la faune la plus riche, caractéristique du sommet de la zone à *A. Bucklandi* (*Arnioceras geometricum* Opp., *A. spirale* Fuc., *A. ceras* Gieb., *A.* cf. *acuticarinatum* Simps., *Euagassiceras spinaries* Quenst., etc.).

Le *Charmouthien* montre des calcaires spathiques gris clair, des calcaires à silex et quelques bancs plus marneux, dont le plus caractéristique est celui de la base, avec *Gryphæa cymbium* Lmk. et nombreux Brachiopodes. Haug et Kilian l'avaient observé à Dramonasq et dans l'écaille de Peissiour-Rocher, près du col de Famouras; au-dessus, des calcaires spathiques m'ont fourni quelques *Ægoceras* et j'ai observé, dans les marnes bleues à Pentacrines du sommet, une empreinte d'*Amaltheus margaritatus* Montf.

Puis vient une série de calcaires marneux et de marnes sableuses à patine brune, dont la base correspond au *Toarcien* (*Hildoceras bifrons* Brug.

(1) Séance du 15 avril 1936.

et quelques Bivalves) et le sommet à l'*Aalénien*. Le Toarcien, qui n'avait été cité jusqu'à présent dans la nappe de l'Ubaye que par Goret, sans indication de gisement, s'est montré particulièrement fossilifère dans les écailles supérieures du Morgon à l'Ouest de la plus haute cabane du Vallon. J'y ai trouvé, dans des calcaires marneux microbréchiques, une quinzaine d'espèces d'Ammonites, parmi lesquelles *Hildoceras bifrons* Brug., *H. Chelussii* Par. et Vial., *H. quadratum* Haug, *Harpoceras bicarinatum* Ziet., *Pseudogrammoceras fallaciosum* Bayle, *Haugia grandis* Bckm., *Coeloceras commune* Sow., *C. Raquini* d'Orb., *Lytoceras humilisimile* Prinz.

Le niveau inférieur de l'Aalénien a été découvert dans l'écaille de Dramonasq en 1926 par H. Schoeller, qui a trouvé sur le chemin du Vallon deux *Dumortieria* voisines de *D. Lessbergi* Branco. J'ai observé ce niveau au-dessus de Folalo où il contient *D. Brancoi* Ben., *D. diphyes* Bckm. et *D. rhodanica* Haug. Au-dessus viennent des marno-calcaires bleuâtres à surface bosselée, occupant le sommet du talus marneux et contenant des Ammonites des zones à *L. opalinum* et à *L. Murchisonæ*; sur le chemin de Champcontier au Vallon et au-dessus de Folalo j'y ai recueilli *Tmetoceras scissum* Ben., *Grammoceras fluitans* Dum., *Lioceras costosum* Qu., *L. opalinum* Rein. type et var. *bifidata* Bckm., *L. plicatellum* Bckm., *Ludwigia Murchisonæ* var. *obtusa* Qu.

Une barre de calcaire à silex surmonte le talus marneux du Lias sup. Au-dessus de Folalo elle est terminée par un mince banc à fossiles remaniés sur lequel reposent, par l'intermédiaire d'un *hardground* ferrugineux, des calcaires compacts gris clair représentant les couches de passage de l'Aalénien au *Bajocien*. J'y ai trouvé sur la rive droite du vallon de la Blache, vers la cote 1400, un nid d'Ammonites silicifiées avec une cinquantaine d'espèces réparties dans les zones à *L. concavum* et *L. discites* : les formes dominantes sont *Phylloceras baconicum* Hank., *Fontannesia grammoceroides* Haug, *Ludwigia aperta* Bckm., *L. aspera* Bckm., *L. concava* Bckm., *L. decora* Bckm., *L. discitiforme* Bckm., *L. limitata* Bckm., *L. rudis* Bckm., *Sonninia subspinosa* Bckm., *S. subcostata* Bckm., *S. Zurcheri* Douv., *Haplopleuroceras mundum* Bckm., *Cadomites* sp. J'ai montré [1] que ce niveau marquait, au point de vue lithologique, le début de la sédimentation du Jurassique moyen.

Les faunes liasiques du Morgon accusent une étroite parenté avec celles des aires voisines (Dauphiné, Provence, Préalpes médianes).

---

[1] *Comptes rendus*, 196, 1933, p. 201.

Le caractère néritique du Lias est commun à toutes les unités de la nappe de l'Ubaye. Dans la série des Séolanes le Lias diminue d'épaisseur et traduit une sédimentation particulièrement troublée, marquant la tendance à l'émersion de la cordillère frontale de la nappe : le sommet du Lias fait bien souvent défaut (Lan, Séolanes). Dans la série du Morgon (s. str.) la distinction des étages du Lias devient assez aléatoire, du fait de la disparition fréquente des niveaux marneux fossilifères aux dépens des faciès spathiques. Dans la série plus interne de l'Escouréous et de Chabrière, qui ne diffère plus guère de celle du Briançonnais, le Lias n'est plus représenté que d'une manière sporadique.

GÉOLOGIE. — *Sur les terrains antécarbonifères du Maroc Occidental.* Note [1] de MM. **Jacques Bondon** et **Branko Yovanovitch**, présentée par M. Charles Jacob.

La partie du Maroc située à l'Ouest du méridien de Casablanca, que nous appellerons Maroc Occidental, présente de très nombreux affleurements de terrains antécarbonifères [2]. Ce sont, du Sud au Nord :

1° le Cambrien et l'Ordovicien de l'Anti-Atlas;

2° le Cambrien, le Silurien et le Dévonien du Haut-Atlas, à l'Est de l'Assif Aït Moussa;

3° le Cambrien et le Dévonien des Djebilet;

4° le Cambrien, le Silurien, le Dévonien de la vallée de l'Oum er Rebia et de l'hinterland de Casablanca-Mazagan.

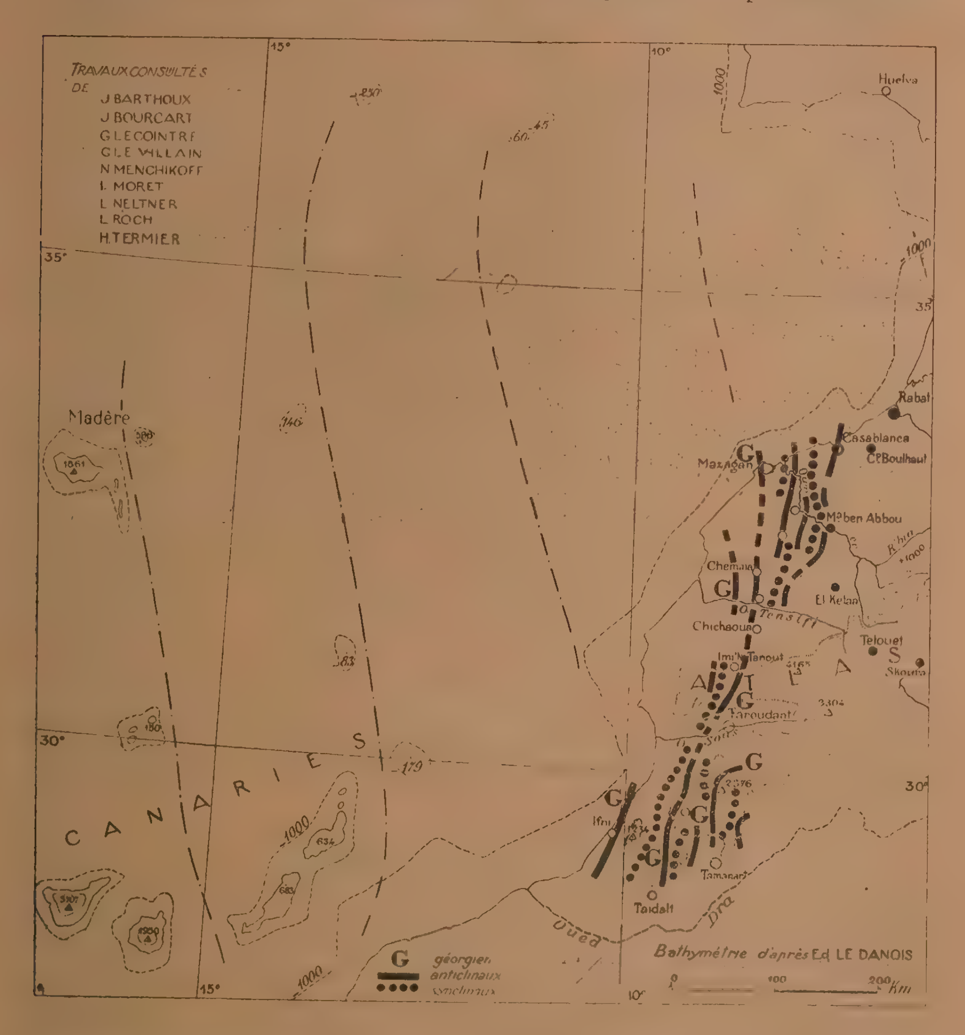
Dans tous ces affleurements, les faciès lithologiques et paléontologiques d'un même étage sont remarquablement constants, de Casablanca à Taïdat, distants à vol d'oiseau de près de 600 kilomètres : le Géorgien calcaire du Djebel Ighoud, identique au Géorgien de Tamanart, montre des Archeocyathidés analogues; l'Acadien supérieur schisto-gréseux de Bou Laouane (30^{km} Nord-Ouest de Mechra ben Abbou) fournit les mêmes *Conocoryphe Heberti* que les schistes du Ras Taiërt (60^{km} Nord-Ouest de Taïdalt); le Landeilo quartziteux à *Homanolotus Brongniarti* de Bir Jedid-Saint-Hubert est quasi identique à celui du Bani, comme faciès lithologique et paléontologique.

---

[1] Séance du 15 avril 1936.

[2] Travaux consultés de MM. J. Barthoux, J. Bourcart, G. Lecointre, G. Le Villain, N. Menchikoff, L. Moret, L. Neltner, E. Roch, H. Termier.

Dans tout le Maroc Occidental, du Sud de l'Anti-Atlas à la région de Casablanca, à travers le Haut-Atlas et les Djebilet, les plissements des



terrains antécarbonifères se suivent de façon remarquablement continue. On peut y distinguer :

1° un anticlinal majeur orienté N 10° E et jalonné par le Géorgien de Taïdalt, la boutonnière précambrienne de Kerdous, l'anticlinal géorgien d'Imi N'Tinbal (Anti-Atlas), les anticlinaux cambriens des Aït Driss et

d'Imi N'Tanout (Haut-Atlas), l'anticlinal cambrien du Sud de Chemaïa (Djebilet) et l'anticlinal de Mazagan (Géorgien probable et Acadien);

2° des lignes anticlinales secondaires (Ifni, Mechra ben Abbou, Casablanca), moins continues et moins marquées que l'anticlinal majeur, indiquées sur le schéma ci-joint;

3° des lignes synclinales, jalonnées par des cuvettes siluriennes et parfois dévoniennes, dont la plus caractéristique part du synclinal Tachilla-Ouarzemine (Nord-Est de Tiznit, Anti-Atlas), qui s'aligne exactement, 150^{km} au Nord, sur les cuvettes dévoniennes N 10° E du Sud-Ouest d'Imi N'Tanout (Haut-Atlas).

En voyant la régularité de ces plis parallèles, on est tenté de les faire continuer sous l'Océan; mais les raccords que nous proposons ici, entre des hauts fonds d'origine volcanique récente, ne sont que de pures hypothèses et ne veulent préjuger en rien de la position des plis éventuels. Il semble toutefois que les études océanographiques, au large des côtes du Maroc, ne doivent pas négliger l'existence de l'axe Mazagan-Taïdalt.

En résumé, nous voyons que, dans le Maroc Occidental, les terrains antécarbonifères, aux faciès lithologiques et paléontologiques remarquablement constants, sont affectés par un système de plis, orientés N 10° E, que l'on peut suivre à travers les plissements postérieurs (Haut-Atlas et Djebilet).

CYTOLOGIE VÉGÉTALE. — *Nouvelles recherches sur la cytologie des Bactéries.* Note de Mlle **Berthe Delaporte**, présentée par M. Alexandre Guilliermond.

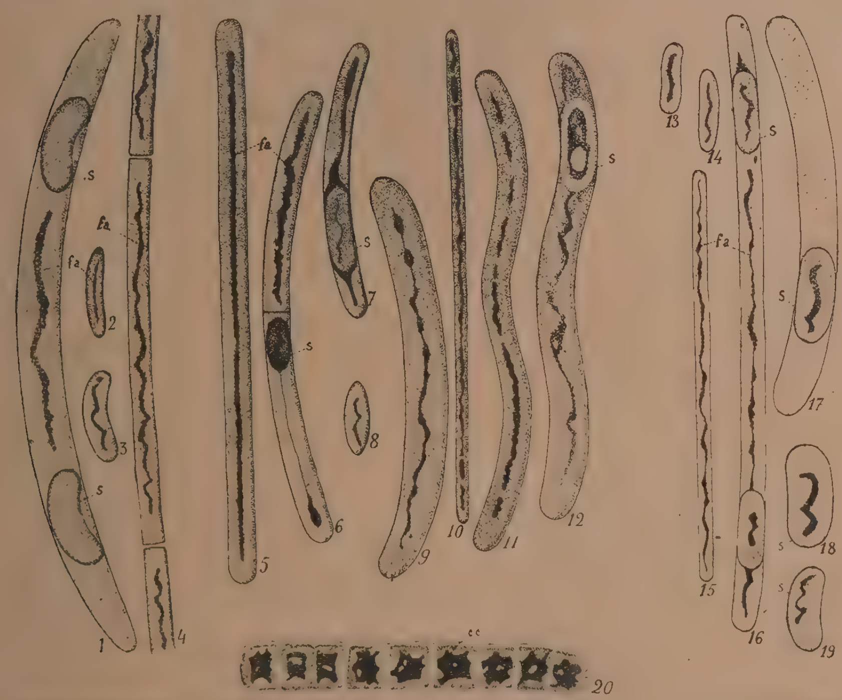
Nous avons étudié précédemment [1] la structure des grands Bacilles de l'intestin des têtards qui nous ont montré l'existence d'un filament chromatique axial que nous avons considéré comme l'équivalent d'un noyau. Nous nous proposons d'exposer dans la présente Note les résultats que nous avons obtenus sur deux autres formes décrites par B. Collin dans l'intestin des mêmes têtards, le *Spirillum præclarum* et l'*Oscillospira batrachorum*.

Le *Spirillum præclarum* est une Bactérie géante que Collin a classée provisoirement dans les Spirilles, n'ayant pu observer ses organes moteurs.

---

(1) *Comptes rendus*, **201**, 1935, p. 1409.

A.-Ch. Hollande, observant un organisme ressemblant à celui-là, mais produisant deux spores par cellule et possédant une fascea, pensa avoir affaire à cet organisme et créa pour lui le nom de *Bacillospira præclarum;* il le considère comme un Spirochète se rapprochant des Bacilles. Nous avons retrouvé dans des têtards d'*Alytes obstetricans* un organisme correspondant en tous points à la description donnée par Collin, mais non à celle de Hollande, c'est pourquoi nous lui conservons le nom de *Sp. præclarum*.



fa, filament axial; *s*, spore; *cc*, corps central: 1, *B. camptospora;* 4, 5, 16, *B. enterothrix;* 7, 9, 17, *B. Collini;* 11, 12, *Sp. præclarum;* 20, *Osc. batrachorum*. Grossissement 2000.

Les cellules du *Sp. præclarum* possèdent une structure identique à celle que nous avons décrite récemment dans les Bacilles des têtards : un filament axial se colorant en noir par l'hématoxyline ferrique, en bleu violacé par l'hématoxyline de Delafield et donnant une réaction nucléale de Feulgen positive, traverse la cellule d'une extrémité à l'autre (*fig.* 11 et 12). Les cellules jeunes n'ont que 2µ de large environ et se multiplient par division transversale. Au cours de leur développement ultérieur, un peu avant le début de la formation de la spore, on observe une inégalité de chromaticité

très nette entre les deux moitiés de la cellule, l'une ayant une plus grande quantité de chromatine dans le filament axial et un protoplasme se colorant plus fortement par l'érythrosine, à l'inverse de l'autre. C'est dans cette première moitié, la cellule ayant alors presque 3^{μ} de largeur, que l'on voit se dessiner une ébauche de spore : masse ovalaire ayant environ 5^{μ} de long sur une largeur voisine de celle de la cellule, et qui ne se distingue du reste que parce que le protoplasme y devient moins érythrophile et que la substance chromatique se rassemble vers la partie centrale sous forme de granules répartis généralement soit en un filament contourné, soit en forme de couronne, etc. (*fig.* 12). Autour de cette ébauche de spore, s'accumulent des substances retenant fortement la laque ferrique et qui sont peu à peu assimilées par la spore ainsi que la totalité, ou presque, de ce qui reste du filament axial et des autres substances dans le corps cellulaire. Lorsque la spore est mûre, elle se colore encore fortement par l'érythrosine contrairement à ce qui se passe le plus souvent chez les Bactéries où les spores ne sont plus colorables. Les spores se comportent de la même manière que celles des Bacilles vis-à-vis de la réaction nucléale de Feulgen : on voit à leur intérieur des granules violets assemblés en un filament.

Nous trouvons donc dans le *Spirillum praeclarum* une structure identique à celle des Bacilles (*fig.* 1 à 4, colorations post-vitales; 5 à 8, 10 à 12, 20, colorations à l'hématoxyline ferrique; 9, hématoxyline de Delafield; 13 à 19, réaction nucléale de Feulgen; 18 et 19, spores libres), s'il n'y avait cette différence peu importante dans le processus de formation de la spore.

L'*Oscillospira batrachorum* que Collin avait nommée *Arthromitus batrachorum* et dont le nom a été changé par la suite en celui d'*Oscillospira batrachorum* par Langeron, nous a montré une structure identique à celle que nous avons décrite chez l'*Oscillospira Guilliermondi* (¹), c'est-à-dire celle d'une Cyanophycée (*fig.* 20). Elle produit aussi des endospores qui commencent par un petit granule de chromatine formé par la condensation du corps central et grossissant peu à peu. Ces spores se comportent de la même manière que celles de l'*Oscillospira Guilliermondi* vis-à-vis de la réaction nucléale de Feulgen et des colorants habituels.

Ces faits nous amènent donc à confirmer la conclusion que nous avions formulée dans nos précédentes Notes et qui paraît démontrer qu'il existe, au point de vue de leur structure, de nombreux intermédiaires entre les Bactéries et les Cyanophycées.

(¹) *Comptes rendus*, 198, 1934, p. 1187.

SÉROLOGIE. — *Contribution à l'étude d'un des constituants des acido-globulines : la protéine* C. Note de M. **Maurice Doladilhe**, présentée par M. Félix Mesnil.

Nous avons montré (¹) que la CO^2-globuline en milieu physiologique, se comporte comme un complexe constitué par deux groupes protéiques dont l'un, la protéine A, flocule sous l'influence de l'action du gaz carbonique et dont l'autre, la protéine B, présente vis-à-vis de ce facteur une stabilité élevée.

D'autre part la propriété du chaînon central de l'alexine, qui accompagne la CO^2-globuline dans sa floculation au sein du sérum, se maintient en totalité dans le groupe B.

Des expériences postérieures nous ont permis d'étendre ces résultats à quelques autres acido-globulines obtenues par l'addition au sérum sanguin d'eau acidulée par les acides chlorhydrique, sulfurique ou acétique.

C'est au cours de ces recherches que nous avons constaté que la floculation peut affecter, en plus du groupe A, un des constituants du groupe B, *la protéine* C.

Ce déséquilibre du groupe B n'est vraiment notable que si l'acido-globuline se trouve, en eau physiologique, sous une concentration élevée, et si le sérum dont elle provient a subi un certain vieillissement.

Pour obtenir une quantité suffisante de cette protéine à l'état floculé, nous opérons comme suit : l'acido-globuline, séparée d'un sérum conservé stérilement à 0° pendant 4 à 5 jours, est dissoute dans un volume d'eau physiologique égal au 1/10ᵉ de celui du sérum. Un courant lent et prolongé de gaz carbonique provoque dans cette solution la floculation de la protéine A et d'une partie de la protéine C. Ce floculat est repris par de l'eau physiologique; le tout est maintenu pendant 15 minutes à 45°, puis centrifugé extemporanément. On recueille un précipité qui est constitué par la protéine A, insoluble à chaud et à froid dans l'eau physiologique. La protéine C, contenue dans le liquide surnageant, précipite à mesure que ce dernier se refroidit.

Propriétés de la protéine C. — Cette protéine se comporte comme une

(¹) *Comptes rendus*, **201**, 1935, p. 689.

substance colloïdale dont l'équilibre granulaire en milieu physiologique se rompt à froid et se rétablit à chaud.

Insoluble dans l'eau physiologique, elle s'y disperse à partir de 40° environ et sa dispersion augmente à mesure que croît la température. Cependant, le refroidissement ultérieur n'entraîne la précipitation de cette protéine que si la température de chauffage n'a pas été trop élevée; à partir d'une température t, elle est, en effet, stabilisée et se maintient à froid, dans l'état dispersé auquel l'avait amenée le chauffage.

En d'autres termes, l'action dispersante exercée par le chauffage est d'abord réversible, puis devient peu à peu irréversible.

Cette température t, dans certains cas, est voisine de 55°; dans d'autres cas, au contraire, elle est nettement supérieure ou un peu inférieure à cette valeur.

Ces variations proviennent, en particulier, du fait que l'état physique de la protéine C évolue au sein même du sérum et dépend des états antérieurs par lesquels il a passé depuis sa sortie de l'organisme.

C'est ainsi que, toutes conditions égales d'ailleurs (concentration, pH, durée de chauffage), la température t, à partir de laquelle la protéine C se stabilise, sera différente suivant que le sérum dont elle provient aura subi un vieillissement plus ou moins prolongé ou un chauffage préalable plus ou moins intense.

Au cours du vieillissement, la stabilité du complexe B diminue progressivement. Cette évolution, qui affecte principalement la fraction C, se traduit par une augmentation graduelle de la sensibilité de cette protéine à l'action floculante du gaz carbonique. Si le vieillissement se prolonge (8 à 15 jours par exemple), la protéine C évolue, au sein même du sérum, vers une dénaturation que traduit une diminution de plus en plus prononcée de sa sensibilité thermique, c'est-à-dire une augmentation de la température t précipitée.

Au cours du chauffage, au contraire, la stabilité du complexe B augmente progressivement, et la sensibilité de la protéine C, à l'action floculante du gaz carbonique, diminue de plus en plus alors que sa sensibilité thermique augmente; elle se stabilise plus aisément en eau physiologique et, pour elle, la température t est souvent inférieure à 55°.

Les résultats qui viennent d'être résumés ont été obtenus avec les sérums de l'homme, du bœuf et du mouton.

Ces résultats nous paraissent particulièrement intéressants du fait que la

protéine C, qui est un des constituants du groupe B auquel est attachée la propriété du chaînon central de l'alexine, se révèle comme un facteur probable du complément. En effet, il faut remarquer que le chauffage et le vieillissement exercent, au sein même du sérum, une influence dépressive sur les propriétés alexiques, en même temps qu'ils modifient les propriétés physiques de la protéine C.

A $15^h 20^m$ l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 16^h.

E. P.

ERRATA.

(Séance du 30 mars 1936.)

Note de M. *Valentin V. Vedernikov*, Sur la solution du problème à deux dimensions du courant stationnaire des eaux souterraines à surface libre :

Page 1156, ligne 13, *au lieu de* $\gamma = v_s + i$, *lire* (3) $\gamma = v_s + i$.

Page 1157, ligne 13, *au lieu de*

$$h = b/\pi(1 - e_1)\{e_1[\ln(1 + e_1) - \ln e] + \ln e\},$$

lire

$$h = \frac{b}{\pi(1 - e_1)}\{e_1[\ln(1 + e_1) - \ln e] + \ln e\}.$$

Note de M. *Armand Renier*, Sur l'apparence d'un rebroussement vers le chevauchement des nappes varisques par les nappes armoricaines dans le sillon houiller franco-belge :

Page 1201, titre, *lire* Sur l'apparence de rebroussement que présente le chevauchement des nappes varisques, etc.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE

Ouvrages reçus pendant les séances de mars 1936.

Sur l'oxyde de carbone et l'hélium, par E. Mathias et C. A. Crommelin. Extrait des *Annales de Physique*, 11e série, tome V, février 1936. Paris, Masson et Cie; 1 fasc. 22cm,5.

Les métaux légers et leurs alliages, aluminium, magnésium, glucinium, métaux alcalins et alcalino-terreux. Tome 1 : *Historique. Métallurgie. Propriétés. Situations économiques,* par Léon Guillet. Paris, Dunod, 1936; 1 vol. 25cm.

Santiago Ramon y Cajal (1852-1934) : *Sa formation, son œuvre.* Résumé de son autobiographie. Relation des publications commentées par lui-même. Charges, titres et honneurs. Extrait du tome XXX des *Travaux du laboratoire de recherches biologiques de l'Université de Madrid.* Madrid, 1935; 1 vol. 24cm,5.

Année polaire internationale (1932-1933). Tome I : *Introduction. Magnétisme etrrestre. Aurores polaires. Ozone atmosphérique. Rayons cosmiques.* Paris, Gauthier-Villars, 1926; 1 vol. 32cm,5.

Hipotesis Geotectonicas, par Federico Nölke. Traduction de Juan Carandell. Madrid, 1935; 1 vol. 19cm,5.

Teoria Electromagnetica del sol Frio. Analisis sobre una Nueva estructura del Universo, par Isaias Arauja. Madrid, Jose Compte, 1936; 1 fasc. 21cm.

Sérothérapie antipoliomyélitique d'origine animale (*S. A. P.*), par Auguste Pettit. Paris, Masson et Cie, 1936; 1 vol. 25cm.

Le problème médical du pain et de la panification, par Pierre Lamarque. Extrait de la *Gazette hebdomadaire des Sciences médicales de Bordeaux.* Bordeaux, Imprimerie moderne, 1936; 1 fasc. 24cm.

(*A suivre.*)